ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

# STID 1ère année - ALGÈBRE LINÉAIRE

# FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 2

Systèmes d'équations linéaires

ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

**Enseignant-Formateur** : H. El-Otmany **A.U.** : 2019-2020

---

**Exercice n°1** Vérifier que $u_1 = (-3, 0, -1)$ et $u_2 = (0, -1, 0)$ sont solutions du système linéaire :

$$(S)\begin{cases} x + 2y - z & = -2 \\ -2x - y + 5z & = 1 \\ 3x + 5y - 4z & = -5 \end{cases}$$

Sans aucun calcul, déterminer l'ensemble des solutions de $(S)$.

**Exercice n°2**

1. Déterminer l'ensemble $E$ des solutions de l'équation : $x - 2y - 3z - 5t = 0$.
2. Écrire, sans autres calculs, l'ensemble des solutions de l'équation $x - 2y - 3z - 5t = 1$.
3. Y a-t-il une équation dont l'ensemble des solutions s'écrive $(1, -1, 0, 1) + E$ ?

**Exercice n°3** Résoudre par deux méthodes différentes (Pivot de Gauss, Substitution) les systèmes suivantes :

$$(S_1)\begin{cases} x + y + z & = 0 \\ -2x + 5y + 2z & = 0 \\ -7x + 7y + z & = 0 \end{cases}, \quad (S_2)\begin{cases} y - 2z & = 3 \\ x + 2y - 3z & = -1 \\ 2x - y + z & = -15 \end{cases}, \quad (S_3)\begin{cases} x + 2y + z & = 1 \\ 2x + y + 2z & = 2 \\ x + y + z & = 1 \end{cases}$$

$$(S_4)\begin{cases} x + y - z & = 1 \\ x - y + z & = 1 \\ -x + y + z & = 1 \end{cases}, \quad (S_5)\begin{cases} y - 2z & = 3 \\ x + 2y - 3z & = -1 \\ 2x - y + z & = -15 \end{cases}, \quad (S_6)\begin{cases} 3x - 2y + 4z & = 8 \\ 2x + 3y - 3z & = 4 \\ x - 3y - 5z & = -6 \\ 4x + 4y + 6z & = 18 \end{cases}$$

$$(S_7)\begin{cases} a + 2b + c + d & = 0 \\ a + b - c - d & = 8 \\ 2a + b + c + d & = -1 \\ -a + b + c - 2d & = -2 \end{cases}, \quad (S_8)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 & = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 & = 1 \end{cases}, \quad (S_9)\begin{cases} x + y + z + t & = 1 \\ 3x + 2y + 2z + 2t & = 0 \\ 2x + y + 2z + 2t & = 2 \end{cases}$$

**Exercice n°4** Résoudre selon le paramètre $m$ les systèmes linéaires suivantes :

$$(S_1)\begin{cases} x - my & = 2 \\ mx - y & = m + 1 \end{cases}, \quad (S_2)\begin{cases} x + y + mz & = 1 \\ 2x + z & = 2 \end{cases}, \quad (S_3)\begin{cases} x - my + m2z & = m \\ mx - m2y + mz & = 1 \\ x + y + m^3 z & = 1 \end{cases}$$

**Exercice n°5** On considère

$$(S_1)\begin{cases} x - 5y & = 2 \\ x - y + t & = 0 \\ 2x + y - 2t & = 1 \end{cases}, \quad (S_2)\begin{cases} x + y & = 1 \\ 2x - 3 & = 2 \end{cases}, \quad (S_3)\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

1. Montrer que les systèmes ci-dessous sont des systèmes de Cramer.
2. En utilisant la notation matricielle, résoudre les systèmes ci-dessus.

**Exercice n°6** Le système $(S)$ ci-dessous de second membre quelconque est-il de Cramer ? Si oui, exprimer la solution de ce système.

$$(S)\begin{cases} -x+2y-8z & =a \\ 3x+y+3z & =b \\ 2x+7z=c \end{cases}$$

**Exercice n°7** Soit le système

$$(S)\begin{cases} x+ay+a^2z & =1 \\ x+by+az & =a \\ bx+a^2y+a^2bz & =a^2b \end{cases}$$

de trois équations à trois inconnues réelles $x$, $y$ et $z$ où $a$ et $b$ sont des paramètres réels.

1. A quelle condition portant sur $a$ et $b$, ce système est-il de Cramer ?
2. Étudier et discuter les solutions de ce système lorsqu'il n'est pas de Cramer.