ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

STID $1^{\text{ère}}$ année - Ajustement et Séries chronologiques

ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

Feuille de travaux dirigés N° 3

Recherche de tendance

Enseignant-Formateur : H. El-Otmany **A.U.** : 2019-2020

Exercice n°1 On considère la série chronologique Y_t représentant l'effectif de la population des États-Unis de 1780 à 1860 (en millions), voir le tableau

Année	Temps t	Effectif Y_t
1780	1	2,78
1790	2	3,93
1800	3	5,31
1810	4	7,24
1820	5	9,64
1830	6	12,87
1840	7	17,07
1850	8	23,49
1860	9	31,44

1. Représenter graphiquement la série. Quelle est l'allure de la courbe obtenue.
2. Déterminer et représenter graphiquement la droite de régression sur le même graphique.
3. Calculer et représenter graphiquement les résidus.
4. Calculer et commenter le coefficient de corrélation linéaire.
5. Que donnera la représentation graphique de $\ln(y_t)$.
6. Calculer et commenter le coefficient de corrélation linéaire de la nouvelle série.
7. Calculer et représenter graphiquement les résidus.
8. Déterminer et représenter graphiquement cette nouvelle série. En déduire un ajustement de la série y_t par une fonction de t (indication : utiliser la fonction exponentielle).
9. Représenter cette fonction sur le premier graphique.
10. Si on utilise ces tendances pour faire des prévisions, quelles sont les valeurs obtenues pour chacune des tendances au mois $t = 10$? Interpréter le résultat.

Exercice n°2 (*Tendances linéarisables*)

a. On souhaite ajuster la tendance d'une série par une fonction logarithmique.
   (a) Donner l'expression algébrique de la tendance.
   (b) Illustrer graphiquement cette tendance par un exemple.
   (c) Expliciter la démarche d'ajustement.
b. Répondre aux mêmes questions précédentes pour un ajustement par une fonction puissance.
c. Répondre aux mêmes questions précédentes pour un ajustement par une fonction exponentielle.
d. Répondre aux mêmes questions précédentes pour un ajustement par une fonction hyperbolique (voir l'exercice suivant).

Exercice n°3 On considère la série suivante :

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y_t	58	40	31	15	18	15	9	9 1	0	8

1. Représenter graphiquement cette série.
2. On se propose d'ajuster une tendance f de la forme $f(t) = \dfrac{1}{a+bt}$. Justifier ce choix.
3. Déterminer les coefficients a et b en utilisant un changement de variables approprié :
   a. par la méthode des deux points (en les choisissant judicieusement) ;
   b. par régression linéaire.
4. Représenter les deux tendances ainsi obtenues sur le graphique précédent et comparer les résultats. Est-ce que les résidus ont une allure irrégulière ?

Exercice n°4 On considère la série chronologique suivante :

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Y_t	7.5	4.4	3.3	7.6	3.9	2.4	6.9	4.5	2.7	8.2	4.1	3.0	7.5	3.5	2.8

1. Représenter graphiquement cette série.
2. Quel modèle proposeriez-vous pour cette série ? Donner des justifications.
3. Calculer les facteurs saisonniers $s = (s_j)_{1\leqslant j\leqslant p}$ ainsi que leur moyenne $\dfrac{1}{p}\sum\limits_{j=1}^{p} s_j$, en supposant la tendance constante égale à un nombre a ($m_t = a$ pour tout t).
4. En notant $e = (e_i)_{1\leqslant i\leqslant n}$, la série des fluctuations irrégulières, calculer e_1, e_2 et e_3.
5. Proposer une méthode pour l'estimation des paramètres, en supposant cette fois une tendance affine $m_t = at + b$. (On pourra implémenter le calcul à l'aide d'un logiciel spécifique, ou tenter de faire le calcul à l'aide d'une calculatrice.) Proposer un test pour choisir entre les deux modèles.

Exercice n°5 (*Différences-Stationnarités*) On rappelle ici la définition d'une série stationnaire. On dit qu'une série est stationnaire si sa tendance est constante sur la période d'observation.

a. Tendance linéaire : on considère (Y_t) une série sous forme d'une fonction linéaire en temps, que peut-on dire de la série de ses différences premières définies par $\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1}$?
b. Tendance quadratique : soit (Y_t) une série de polynôme du second degré en temps, par quel procédé peut-on rendre cette série stationnaire ?
c. Tendance exponentielle : soit (Y_t) une série de polynôme du second degré en temps, par quel procédé peut-on rendre cette série stationnaire ? soit (Y_t) une série de fonction exponentielle en temps, par quel procédé peut-on rendre cette série stationnaire ?

Exercice n°6 Dans un hypermarché, on souhaite étudier l'évolution mensuelle des ventes de produits alimentaires durant l'année 2019. Le tableau ci-dessous présente les résultats de cette enquête.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ventes Y_t	1380	1392	1400	1200	1250	1112	1030	900	1500	1380

1. Représenter graphiquement la série. Quelle est l'allure de la courbe obtenue.

2. Déterminer et représenter graphiquement la droite de régression sur le même graphique.
3. Calculer et représenter graphiquement les résidus.
4. Calculer et commenter le coefficient de corrélation linéaire.
5. Que donnera la représentation graphique de $\ln(y_t)$.
6. Calculer et commenter le coefficient de corrélation linéaire de la nouvelle série.
7. Calculer et représenter graphiquement les résidus.
8. Déterminer et représenter graphiquement cette nouvelle série. En déduire un ajustement de la série y_t par une fonction de t (indication : utiliser la fonction exponentielle).
9. Représenter cette fonction sur le premier graphique.
10. Si on utilise ces tendances pour faire des prévisions, quelles sont les valeurs obtenues pour chacune des tendances au mois $t = 12$? Interpréter le résultat.

Exercice n°7

a. On considère une série chronologique Y_t périodique de période $2p + 1$. Montrer que cette série est transformée en série constante par l'opérateur des moyennes mobiles (MA) d'ordre impaire $2p + 1$.

b. Citer le principe de conservation des aires. Supposons maintenant que Y_t est une série de composantes saisonnières dans le cadre d'un modèle additif. Que peut-on dire de la série MA d'ordre $2P + 1$.

c. On suppose que Y_t peut s'écrire sous forme d'une fonction linéaire en t telle que $Y_t = at + b$ pour $1 \leqslant t \leqslant n$. Montrer que Y_t est invariante pour tout opérateur de moyennes mobiles centrées d'ordre impaire.

d. Soit Y_t la série des indices bruts de la production de miel par une association de moyen-atlas au Maroc durant l'année 2015.

Mois	janv.	févr.	mars	avr.	mai	juin	juil.	août	sept.	oct.	nov.	déc.
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	97,5	92,7	100,9	102,2	94	102	97,8	90,3	112,2	107	102,5	100,9

1. Calculer l'ajustement d'une tendance linéaire par la méthode des moindres carrés.
2. Effectuer un ajustement du même type sur le traitement de cette série par une moyenne mobile centrée d'ordre 5.
3. Comparer les équations de tendance obtenues par chacun des deux procédés. Représenter graphiquement ces tendances.

e. On reprend les mêmes démarches de la question d pour le tableau ci-dessous.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	26,4	40	45	35	57,3	53,2	40	61,5	48,4	64	62,8	67,6