ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

STID 1ère année - SUITES ET FONCTIONS

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 2

Limites

ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

Enseignant-Formateur : H. El-Otmany **A.U.** : 2019-2020

Exercice n°1 Pour chacune des fonctions f suivantes, déterminer si f admet une limite en a et la cas échéant calculer cette limite :

$$(i)\ f(x)=\frac{3x^2-1}{4x+7}, a=\pm\infty \qquad (ii)\ f(x)=\frac{x^3-1}{x^2-1}, a=1 \qquad (iii)\ f(x)=x^2+\frac{\sqrt{x^2}}{2x}, a=0$$

$$(iv)\ f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}-1}, a=\pm\infty \qquad (v)\ f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-1}, a=0 \qquad (vi)\ f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}-1}, a=0$$

$$(vii)\ f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}, a=+\infty \qquad (viii)\ f(x)=\sqrt{x^2+5x}+3-\sqrt{x^1-1}, a=-\infty$$

Exercice n°2 Démontrer les résultats suivantes.

$$\lim_{x\longrightarrow+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{2x-3}=1;\quad \lim_{x\longrightarrow+\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=0;\quad \lim_{x\longrightarrow-\infty}\frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)(e^x+2)}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\longrightarrow+\infty}\frac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x-1}}{x}=\frac{2}{3};\quad \lim_{x\longrightarrow+\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=0;\quad \lim_{x\longrightarrow+\infty}\frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)(e^x+2)}=1$$

$$\lim_{x\longrightarrow0}\frac{1-\cos^2(x)}{x^2}=1;\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{1}{2};\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{\tan(x)}{x}=1;\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{\tan(x)(1-\cos(x))}{\sin^3(x)}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\longrightarrow0}(1+x)^{1/x}=e;\quad \lim_{x\longrightarrow0}(1-x^2)^{1/x}=1;\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{\ln(1-2x)}{\sin(3x)}=-\frac{2}{3};\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{e^{x^2}-1}{1-\cos(x)}=-2$$

$$\lim_{x\longrightarrow0}\frac{\sqrt{4x^2+x^3}}{|2x+x^2|}=1;\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{x+\sqrt{|x|}}{x-\sqrt{|x|}}=-1;\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{\ln(1-2x)}{\sin(3x)}=-\frac{2}{3};\quad \lim_{x\longrightarrow0}\frac{e^{x^2}-1}{1-\cos(x)}=-2$$

Exercice n°3 Justifier les équivalents suivants, au voisinage de 0.

$$\frac{x^3-2x^2}{x^2-x}\sim 2x \quad;\quad \frac{x^3-2x^2-1}{x^2-x}\sim\frac{1}{x} \quad;\quad x^2-2x^3\sin(1/x)\sim x^2 \quad;\quad \frac{e^{2x}-1}{\sqrt{e^x-1}}\sim 2\sqrt{x}$$

Exercice n°4 Justifier les équivalents suivants, au voisinage de $+\infty$.

$$\frac{x^3-2x^2}{x^2-x}\sim x \quad;\quad \frac{x^3-2x^2-1}{x^2-x^4}\sim-\frac{1}{x} \quad;\quad \frac{x^2+\cos(x)}{x+\sin(x)}\sim x \quad;\quad \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}\sim e^x$$

Exercice n°5 Pour chacune des fonctions f suivantes, démontrer directement qu'elle est continue en tout point de son domaine de définitions sans utiliser les théorèmes de cours

$$f_1(x)=x^2 \quad;\quad f_2(x)=\frac{1}{x^2} \quad;\quad f_3(x)=\sqrt{x} \quad;\quad f_4(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$$