ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

STID $1^{\text{ère}}$ année - SUITES ET FONCTIONS

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 3

Continuités - Dérivées

ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

Enseignant-Formateur : H. El-Otmany **A.U.** : 2019-2020

Exercice n°1 Déterminer si les assertions suivantes sont vraies.

1. Toute fonction dérivable en un point est continue en ce point.
2. Toute fonction continue en un point est dérivable en ce point.
3. La dérivée d'une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ est continue sur $\mathbb{R}$.
4. Toute fonction non dérivable en un point est discontinue en ce point.
5. La somme de deux fonctions dérivables en un point est dérivable en ce point.
6. La somme de deux fonctions non dérivables en un point est dérivable en ce point.

Exercice n°2 Les fonctions suivantes sont, définies sur $\mathbb{R}$, sont elle dérivables en 0 ?

$$f(x) = \frac{x}{1+|x|}; \qquad g(x) = \frac{|x|}{1+x^2}$$

Exercice n°3 Étudier la la continuité et la dérivabilité des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = x^2 \cos\frac{1}{x} \ \text{ si } x \neq 0 \qquad f_1(0) = 0;$$

$$f_2(x) = \sin x \sin\frac{1}{x} \ \text{ si } x \neq 0 \qquad f_2(0) = 0;$$

$$f_3(x) = \frac{|x|\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1} \ \text{ si } x \neq 1 \qquad f_3(1) = 1.$$

Exercice n°4 Soit $f : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}$. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 ; on note encore f la fonction prolongée. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ mais que f' n'est pas continue en 0.

Exercice n°5 Dériver les fonctions définies par :

$$f_1(x) = \sin x \quad ; \quad f_2(x) = \sin^2 x \quad ; \quad f_3(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$$
$$f_4(x) = \ln(\ln(x)) \quad ; \quad f_5(x) = \ln(x^2+3x)\cos(2x) \quad ; \quad f_6(x) = x^x$$
$$f_7(x) = 3x^4 + 2x^2 + 3x + 17 \quad ; \quad f_8(x) = e^{6x} \quad ; \quad f_9(x) = 2xe^{-2x}$$
$$f_{10}(x) = e^{x^2+3x} \quad ; \quad f_{11}(x) = \frac{2x}{2+3x^2} \quad ; \quad f_{12}(x) = 3\sqrt{x+2}.$$

Exercice n°6

1. Calculer la dérivée $x \longmapsto (1+x^2)\sin x$
2. Montrer que l'équation $(x^2+1)\cos x + 2x\sin x = 0$ admet au moins une solution dans $[0,\pi]$.