ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

STID $1^{\text{ère}}$ année - SUITES ET FONCTIONS

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS N° 4

Limites - Règle de l'Hôpital

ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

Enseignant-Formateur : H. El-Otmany **A.U.** : 2019-2020

Exercice n°1 Appliquer la règle de l'Hôpital pour calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\longrightarrow 1}\left(\frac{1}{\ln(x)}-\frac{x}{x-1}\right);\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\left(\frac{1}{x^3}-\frac{x}{x\sin(x)}\right);\quad \lim_{x\longrightarrow \pi}\left((x-\pi)\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right);$$

$$\lim_{x\longrightarrow +\infty} x\sin\left(\frac{1}{x}\right);\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\left(\frac{\sin(x)^2}{1-\cos(x)}\right)^{\tan(2x)};\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\left(\frac{2^x-1}{x}\right);\quad \lim_{x\longrightarrow 1}\left(x^{1/(1-x)}\right).$$

Exercice n°2 Montrer que :

$$\lim_{x\longrightarrow 0}\int_x^{3x}\frac{\cos(t)}{t}\,dt=\ln(3);\quad \lim_{x\longrightarrow 1}\int_x^{x^2}\frac{1}{\ln(t)}\,dt=\ln(2).$$

Exercice n°3 Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\longrightarrow 0}\left(\frac{1}{x^2(1+x^2)}-\frac{\cos(x)}{x^2}\right);\ \lim_{x\longrightarrow 0}\left(\frac{x\cos(x)-\sin(x)}{x\ln(1+x^2)}\right);\ \lim_{x\longrightarrow 0}\left(\frac{x^2\sin(x)}{x-\sin(x)}\right);\ \lim_{x\longrightarrow +\infty}\left(x-x^2\ln(1+\frac{1}{x})\right).$$

Exercice n°4 Démontrer les résultats suivantes.

$$\lim_{x\longrightarrow 0}\frac{1-\cos^2(x)}{x^2}=1;\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{1}{2};\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\frac{\tan(x)}{x}=1;\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\frac{\tan(x)(1-\cos(x))}{\sin^3(x)}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\longrightarrow 0}\frac{e^{x^2}-1}{1-\cos(x)}=-2;\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\frac{\ln(1-2x)}{\sin(3x)}=-\frac{2}{3};\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\frac{\ln(1-2x)}{\sin(3x)}=-\frac{2}{3};\quad \lim_{x\longrightarrow 0}\frac{e^{x^2}-1}{1-\cos(x)}=-2$$