ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

ETUD'+, Centre de formation
Et Cours de soutien
11 place de la Tour
641610, Morlaàs

STID $1^{\text{ère}}$ année - Suites et fonctions

Feuille de travaux dirigés N° 5

Primitives et calcul des intégrales

Enseignant-Formateur : H. El-Otmany **A.U.** : 2019-2020

Exercice n°1 Déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = x^5 - 12x^2 + 2x - 3; \quad f_2(x) = \frac{3}{x^2}; \quad f_3(x) = e^{3x+1};$$
$$f_4(x) = \sin(4x); \quad f_5(x) = \frac{2x}{(x^2+10)^2}; \quad f_6(x) = 7xe^{-x^2+1};$$

Exercice n°2 Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^1 (x^6 - 3x^4 + x^3 - 2x + 1)\,dx; \quad I_2 = \int_1^{15} \frac{1}{x}\,dx; \quad I_3 = \int_1^{15} \frac{-3}{x^2}\,dx;$$
$$I_4 = \int_0^1 e^{2x-1}\,dx; \quad I_5 = \int_0^{\pi} \cos(5x)\,dx; \quad I_6 = \int_0^1 \frac{6x^2+3}{(x^3+x+1)^2}\,dx;$$
$$I_7 = \int_0^1 \frac{2x}{(x^2+1)^2}\,dx; \quad I_8 = \int_0^1 xe^{x^2-3}\,dx; \quad I_9 = \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx;$$

Exercice n°3 Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

$(a)\quad f(x) = \dfrac{1}{(1-2x)^3}$	$(b)\quad f(x) = 3\cos(x)\sin(x)$	$(c)\quad f(x) = \arctan(x)$
$(d)\quad f(x) = \dfrac{1}{\operatorname{ch}(x)} + \dfrac{3}{x^2}$	$(e)\quad f(x) = x\sin^3(x)$	$(f)\quad f(x) = x\sqrt{1+2x^2}$
$(g)\quad f(x) = \dfrac{1}{x + x\ln^2(x)}$	$(h)\quad f(x) = \operatorname{ch}(x)\cos(x)$	$(i)\quad f(x) = \dfrac{x^2}{1+x^2}$
$(j)\quad f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$	$(k)\quad f(x) = \operatorname{Argsh}(3x)$	$(l)\quad f(x) = \ln(1+x^2)$
$(m)\quad f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$	$(n)\quad f(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos^2(x)}$	$(p)\quad f(x) = 2\operatorname{th}(x)$

Exercice n°4 Calculer les intégrales suivantes par les changements de variables : $t = \ln(x)$ pour I_1, I_2, I_3, $t = e^x$ dans I_4, $x = \sin(t)$ dans I_5, $x = 1/t$ dans I_6, $t = \sin(x)$ dans I_7).

$$I_1 = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{x}\,dx; \quad I_2 = \int_e^3 \frac{1}{x(\ln(x))^3}\,dx; \quad I_3 = \int_e^{e^2} \frac{1}{x(\ln(x)+1)}\,dx;$$
$$I_4 = \int_0^1 e^x\cos(e^x)\,dx; \quad I_5 = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx; \quad I_6 = \int_{1/2}^2 \frac{\ln(x)}{1+x^2}\,dx;$$
$$I_7 = \int_0^{\pi/2} \sin(x)^2\cos(x)\,dx; \quad I_8 = \int_0^{\pi/2} \sin(x)^4\cos(x)^3\,dx; \quad I_9 = \int_0^{\pi/2} \sin(x)^3\cos(x)^2\,dx;$$

Exercice n°5 Calculer les intégrales suivantes par l'intégration par parties :

$$J_1 = \int_0^2 (x-2)e^{-x}\,dx; \quad J_2 = \int_0^1 \arctan(x)\,dx; \quad J_3 = \int_0^1 (x^2+1)\cos(x)\,dx;$$

$$J_4 = \int_1^5 \Big(3x^2+x+2\Big)\ln(x)\,dx; \quad J_5 = \int_0^{\pi/2} x\sin(x)\,dx; \quad J_6 = \int_1^3 x\ln(x)\,dx;$$

$$J_7 = \int_0^1 (x+1)^2\cos(x)\,dx; \quad J_8 = \int_0^1 \frac{1}{x^2}e^{1/x}\,dx; \quad J_9 = \int_0^2 (x^2+3x-1)e^x\,dx;$$

Exercice n°6 (*Des techniques spéciales pour les fractions rationnelles*) Calculer les intégrales et primitives suivantes :

$$I_1 = \int_2^3 \frac{1}{x(x+1)}\,dx \qquad I_2 = \int_0^2 \frac{2x+1}{x^2-3x-4}\,dx \qquad I_3 \quad \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{(x^2+1)(x-2)}\,dx$$

$$I_4 \quad \int_0^{\pi} \frac{x\sin(x)}{1+\cos^2(x)}\,dx \qquad I_5 \quad \int_0^1 \frac{x}{(x^4+x^2+1)^2}\,dx \quad I_6 \quad \int \frac{\cos(x)-\sin(x)}{1+\cos^2(x)}\,dx$$