
Exercice n°1 Toutes les nuits, Lina observe les étoiles filantes dans le ciel. Ces deux dernières nuits, elle en a vu sept au total, ce qui semble être, selon ses observations, une bonne moyenne de ce qu'elle voit habituellement.
On appelle X la variable aléatoire égale au nombre d'étoiles filantes vues par Lina au cours d'une nuit. Le passage d'une étoile filante étant un phénomène rare, on admet que X suit une loi de Poisson.

1. Préciser le paramètre de la loi de X.
2. Déterminer la probabilité que Lina voie cinq étoiles dans le ciel au cours d'une nuit.
3. Déterminer la probabilité que Lina voie au moins une étoile dans le ciel au cours d'une nuit.
4. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et σ_X.

Exercice n°2 Un agent immobilier a estimé que la probabilité de vendre un appartement suite à une visite était 7%. Il effectue en général 120 visites par mois.
On considère que les visites d'appartements sont des expériences aléatoires indépendantes les unes des autres. On appelle A la variable aléatoire égale au nombre d'appartement vendus en un mois après une visite.

1. Préciser la loi de la variable aléatoire A en donnant ses paramètres.
2. On souhaite calculer la probabilité que l'agent vende dix appartements en un mois après une visite.
   a) Calculer C_{120}^{10} à l'aide de la calculatrice.
   b) Justifier que l'on peut approcher la loi de A par une loi de Poisson que l'on précisera.
   c) À l'aide de cette approximation, calculer la probabilité voulue.

Exercice n°3 Dans une entreprise de fabricarion des masques chirurigicaux, une étude statistique a montré qu'en moyenne 5% des masques d'une chaîne de fabrication présentent des défauts. Lors d'un contrôle de qualité, on envisage de prélever un échantillon de 120 masques. Bien que ce prélévement soit exhaustif (sans remise), on considére que la production est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler cette épreuve à un tirage avec remise et que la probabilité qu'un masque prélevé soit défectueux est constante.

1. Justifier que la loi de la variable aléatoire X donnant le nombre d'articles défectueux d'un tel échantillon peut être approchée par la loi de Poisson de paramètre 6.
2. Evaluer les probabilités $P(X = k)$ pour k entier naturel inférieur à 6.

Exercice n°4 Soient $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(0;1)$ et $X \hookrightarrow \mathcal{N}(5;2^2)$. Déterminer, à 10^{-4} près, les probabilités suivantes :

1. $P(Y \leqslant 2)$, $P(Y < -2.02)$, $P(Y > 2.2)$, $P(Y \geqslant -2.22)$
2. $P(-1.45 \leqslant Y < 1.45)$, $P(0.57 < Y \leqslant 1.82)$
3. $P(X < 3.2)$, $P(X \geqslant 7.88)$, $P(X < 7.5)$
4. $P(3.96 \leqslant X \leqslant 6.02)$, $P(3.44 < X < 6.78)$

Exercice n°5 Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(20; 5^2)$. Déterminer la valeur du réel $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que

1. $P(X \leqslant \alpha) = 0.99$.
2. $P(X \leqslant \alpha) = 0.01$.

Exercice n°6 En utilisant la modélisation statistique multilinéaire, un économiste français prédit que le prix du gasoil en mars 2022 suivra une loi normale $\mathcal{N}(1.6; 2.44^2)$.

1. Calculer la probabilité pour que le prix du gasoil soit moins de 1.42€.
2. Calculer la limite $\alpha \in \mathbb{R}$ telle que la probabilité d'avoir un prix plus petit est de 40%.

Exercice n°7 Un glacier vend de la glace en pot. On admet que la capacité des pots suit une loi normale de moyenne $500ml$ et d'écart-type 20.

1. Déterminer la probabilité qu'un pot de glace ait une capacité comprise entre $480ml$ et $520ml$.
2. Si la capacité d'un pot est inférieure à $450ml$, le glacier est contraint de le retirer de la vente. Selon ce critère, quel est le pourcentage de perte ?
3. Si la capacité d'un pot est supérieure à $560ml$, le glacier vend à perte. Selon ce critère, quel est le pourcentage de vente à perte ?

Exercice n°8 Dans un jeu de 52 cartes, on effectue 390 tirages d'une carte successivement et avec remise. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de rois tirés à l'issue des 390 tirages.

1. Préciser la loi de la variable aléatoire X en donnant ses paramètres.
2. Calculer la probabilité d'avoir tiré au plus 10 rois.
3. Justifier que l'on peut approcher la loi de X par une loi normale dont les paramètres $\mu = 29.99$ et $\sigma \approx 5.26$.
4. En utilisant la question 3., calculer la probabilité d'avoir tiré au plus 10 rois.

Exercice n°9 Un agent immobilier a estimé que la probabilité de vendre un appartement suite à une visite était 15%. Il effectue en général 120 visites par mois.
On considère que les visites d'appartements sont des expériences aléatoires indépendantes les unes des autres. On appelle A la variable aléatoire égale au nombre d'appartement vendus en un mois après une visite.

1. Justifier que la variable aléatoire A suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres n et p.
2. On souhaite calculer la probabilité que l'agent vende exactement 30 appartements en un mois après une visite.
   a) Calculer C_{120}^{30} à l'aide de la calculatrice. Que peut-on conclure .
   b) Justifier que l'on peut approcher la loi de A par une loi normale que l'on précisera.
   c) À l'aide de cette approximation, calculer la probabilité de vendre exactement 30 appartements en un mois après une visite.